බල පද්ධති

(1) ඒකතල බල n වලින් සමන්විත පද්ධතියක i වන බලයේ අචල සෘජුකෝණාස්‍ර අක්ෂ යුගලයක දිශාවකට සංරචක (X_1, Y_1) වන අතර එහි යෙදුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (x_1, y_1) වේ. (i = 1,2,...... n) පද්ධතිය තනි බලයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කළ හැකි බව උපකල්පනය කර මෙම බලයේ ක්‍රියා රේඛාව ax +by + c = 0 බව සාධනය කරන්න. මෙහි $a = -\sum Y_i$, $b = \sum X_i$, $c = \sum(x_i Y_i - y_i X_i)$ වේ.

ABCD චතුරස්‍රයක A,B,C,D ශීර්ෂවලට පිළිවෙලින් (1,4) , (3,3) , (4,7) හා (-7 , -2) යන ඛණ්ඩාංක ඇත. $\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{BC}, 3\overrightarrow{CD}, 4\overrightarrow{DA}$ මගින් සම්පූර්ණයෙන් නිරූපණය කර ඇති බල චතුරස්‍රයේ පැති දිගේ ක්‍රියා කරත්. ඒවායේ සම්ප්‍රයුක්තය හා එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. (1975)

(2) $\lambda\overrightarrow{OA}$ හා $\mu\overrightarrow{OB}$ මගින් නිරූපණය කරන ලද බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තය $(\lambda+\mu)\overrightarrow{OC}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි C,AC: CB = $\mu:\lambda$ වන සේ AB හි පිහිටි ලක්ෂ්‍යය යි. $\lambda\overrightarrow{BC}$, $\mu\overrightarrow{CA}, v\overrightarrow{AB}$ මගින් සම්පූර්ණයෙන් නිරූපණය කරන ලද බල ABC ත්‍රිකෝණයක පාද දිගේ ක්‍රියා කරයි. බල තුන සාධාරණ ලෙස තනි R බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න. R හි ක්‍රියා රේඛාව ABC ත්‍රිකෝණයේ පාද බෙදෙන අනුපාත සොයන්න. බල තුන බල යුග්මයකට තුල්‍ය වීමේ අවශ්‍යතාව කුමක් ද? (1976)

(3) (0,0), (1,1) හා (0,5) යන ලක්ෂ්‍යය වටා ඒකතල බල කුලකයක ඝූර්ණ පිළිවෙලින් ඒකක –45, –39 හා 0 වේ. සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. බල පිළිවෙලින් 4y = 3x + 20 හා y = 5 රේඛා දිගේ ක්‍රියා කරන P හා Q බලයන්ට තුල්‍ය වේ නම් P හා Q හි විශාලත්ව සොයන්න. (1976)

(4) i) A,B,C යනු ඒකරේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍යය තුනකි. $\alpha\overrightarrow{AB}, \beta\overrightarrow{CA}$ හා $\gamma\overrightarrow{AE}$ මගින් බල පද්ධතියක් විශාලත්වයෙනුත් දිශාවෙනුත් පිහිටීමෙනුත් නිරූපණය කෙරෙයි. මේ පද්ධතිය බල යුග්මයකට ඌනනය වන්නේ $\alpha = \beta = \gamma$ විට බවත් එසේ විටම පමණක් බවත් පෙන්වන්න.

ii) A,B,C,D යනු තල චතුරස්‍රයෙහි AB,BC,CD,DA පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරන $p\overrightarrow{AB}, q\overrightarrow{CB}, r\overrightarrow{CD}, s\overrightarrow{AD}$ බල සමතුලිතතාවේ වෙයි නම්, pr = qs බව පෙන්වන්න. (1977)

(5) අචල සෘජුකෝණාස්‍ර අක්ෂ යුගලයක දිශාවලට ඒකතල බල n ඇතුළත් පද්ධතියක i වැනි බලයේ සංරචක (X_1, Y_1) වන අතර එහි උපයෝගී ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (x_i, y_i) i = 1,2,3,....... n වේ. පද්ධතිය තනි බලයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කළ හැකි නම් එම බලයේ ක්‍රියා රේඛාවෙහි සමීකරණය ax + by + c =0 බව පෙන්වන්න. මෙහි a = $\sum_{i=1}^{n} Y_i$ ද $b = \sum_{i=1}^{n} X_i$ ද $c = \sum_{i=1}^{n}(y_i X_i - x_i Y_i)$ ද වෙයි. (0,0) ,$(a, a/\sqrt{3}), (2a, 2a)$ ලක්ෂ්‍ය වටා ඒකතල බල පද්ධතියක ඝූර්ණය පිළිවෙලින් $\sqrt{3}aF, 2a\frac{F}{\sqrt{3}}, aF$ වෙයි. F විශාලත්වය ඇති තනි බලයකට මෙම පද්ධතිය තුල්‍ය බව පෙන්වා එහි ක්‍රියා රේඛාව x අක්ෂය හමුවන්නේ කොතැන දී දැයි සොයන්න. (1977)

(6) i) ඒකාකාර ත්‍රිකෝණික ABC ආස්තරයක් එහි A,B ශීර්ෂවලට ගැට ගැසූ OA,OB තන්තු දෙකක් මගින් O ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා තිබෙයි. මේ තන්තුවල වූ ආතතිය ඒවායේ දිග ප්‍රමාණවලට සමානුපාතික නම් G ට O යා කරන රේඛාව AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය හරහා යා යුතු බව පෙන්වන්න.

ii) A,B,C,D චතුරස්‍රයෙක AC,BD විකර්ණ O හිදී ඡේදනය වෙයි. බල පද්ධතියක් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{DC}$ මගින් සම්පූර්ණයෙන් නිරූපණය කෙරෙයි. එම බල B ත් D ත් හරහා වූ AC ට සමාන්තර බල දෙකකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න. තව ද $\overrightarrow{AC}$ මගින් සම්පූර්ණයෙන් නිරූපණය කෙරෙන බලය එම සමාන්තර බල දෙකේ සම්ප්‍රයුක්තය වීම සඳහා අවශ්‍යතාව විය යුත්තේ AOB, DOC ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන වීම බව පෙන්වන්න. (1979)

(7) ABCD ඍජුකෝණාස්‍රයක AB = 8cm , BC = 6cm ද වේ. P,Q,R,S යනු පිළිවෙලින් AB, BC, CD, DA පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයයි. නිව්ටන් 5, 10, 15, 20, λ, μ විශාලත්ව ඇති බල අකුරුවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ පිළිවෙලින් PQ, QR, RS, SP, AC, BD දිගේ ක්‍රියා කරයි.

i) මේ බල පද්ධතිය සමතුලිතතාවෙහි පැවතිය නොහැකි බවත්,

ii) මේ පද්ධතිය යුග්මයකට ඌණනය වෙයි නම් එවිට $\lambda = 10 = \mu$ බවත්,

iii) මේ පද්ධතිය C හරහා ක්‍රියා කරන තනි බලයකට ඌණනය වෙයි නම් $\mu = 35$ ද තනි බලයේ අඩුතම විශාලත්වය නිව්ටන් 24 ද බවත් පෙන්වන්න. (1980)

(8) ඒකතල බල පද්ධතියකට (0,0), (1,0), (2,1) යන ලක්ෂ්‍ය වටා පිළිවෙලින් 5,1,0 යන වාමාවර්ත ඝූර්ණ ඇත. x අක්ෂයේ ධන දිශාව ඔස්සේ මේ බලවල විභින්න වල ඓක්‍යය X ද y අක්ෂය සඳහා අනුරූප ඓක්‍යය Y ද නම් X = 3 බවත් Y = 4 බවත් පෙන්වන්න.
මේ නයින්, පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයෙහි විශාලත්වය ද එහි ක්‍රියා රේඛාවෙහි සමීකරණය ද සොයන්න. (1980)

(9) ත්‍රිකෝණයක BC, CA, AB පාද ඔස්සේ පිළිවෙලින් අකුරුවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන අතට P, Q, R බල ක්‍රියා කරයි. BC, CA, AB රේඛාවල සමීකරණ පිළිවෙලින් $x + y = 1$, $x - y = 1$ හා $x = 2$ වේ.

i) $P = Q = \frac{R}{\sqrt{2}}$ නම්, මේ පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා එහි ඝූර්ණය සොයන්න.

ii) පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය නම්, එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. (1981)

(10) P, Q, R බල ABC ත්‍රිකෝණයේ BC, CA, AB පාද ඔස්සේ පිළිවෙලින් අකුරුවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන අතට ක්‍රියා කරයි. BC, CA, AB රේඛාවල සමීකරණ පිළිවෙලින් $x = 0$, $y = 0$ හා x කොස් $\theta + y$ සයින් $\theta = p$ වේ.

i) P සෙක් $\theta = Q$ කොසෙක් $\theta = R$ නම්, පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා එහි ඝූර්ණය සොයන්න.

ii) පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය නම්, එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. (1981)

(11) OXY තලයෙහි පිහටි දෘඩ ආස්තරයක් මත (x_r, y_r) $r = 1,2,\ldots\ldots n$ ලක්ෂ්‍ය වල දී (X_r, Y_r) බල ක්‍රියා කරයි. (a, b) ලක්ෂ්‍යය වටා මෙම බලවල ඝූර්ණයන්හි වීජීය ඓක්‍යය M, $G = \sum_{r=1}^{n}(x_r Y_r - y_r X_r)$ ද $X = \sum_{r=1}^{n} X_r$ ද $\sum_{r=1}^{n} Y_r$ ද වන $M = G - ay + bx$ යන සමීකරණය මගින් දැක්වෙන බව සාධනය කරන්න. (3,1) ,$(-\sqrt{3},1)$, (0,2) ලක්ෂ්‍ය තුනක් වටා ඒකතල පද්ධතියක ඝූර්ණවල වීජීය ඓක්‍යය පිළිවෙලින් 2, 8, 6 වේ. මේ පද්ධතිය X- අක්ෂය සමඟ 60^0 කෝණයක් සාදන තනි බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න. එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. (1982)

(12) p (OP) , q (OQ) විශාලත්වයෙන් යුත් බල පිළිවෙලින් OP,OQ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. ඒවායෙහි සම්ප්‍රයුක්තය R හි දී PQ කපයි නම්, p(RP) = q (RQ) බව සාධනය කරන්න. ABC යනු ත්‍රිකෝණයකි. D යනු BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයයි. $3\overrightarrow{AB}, 4\overrightarrow{AD}, 5\overrightarrow{AC}$ ද ABC ත්‍රිකෝණයෙහි වර්ගඵලය මෙන් හතර ගුණයකින් නිරූපිත ඝූර්ණයක් සහිතව ABC අතට ක්‍රියා කරන යුග්මයක් ද මගින් ඒකතල බල පද්ධතියක් නිරූපණය කෙරෙයි නම්, මේ පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයට BC හමුවන ලක්ෂ්‍යයට D සිට ඇති දුර (BC)/12 බව පෙන්වන්න. (1983)

(13) O යනු ABC ත්‍රිකෝණයේ තලය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් වන අතර G යනු A,B,C මත පිළිවෙලින් තබා ඇති m_1 , m_2, m_3 ස්කන්ධ සහිත අංශු තුනක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය වේ. $m_1\overrightarrow{OA} + m_2\overrightarrow{OB} + m_3\overrightarrow{OC} = (m_1 + m_2 + m_3)\overrightarrow{OG}$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $m_1 : m_2 : m_3 = \tan A : \tan B : \tan C$ නම් $m_1\overrightarrow{OA}, m_2\overrightarrow{OB}, m_3\overrightarrow{OC}$ වල සම්ප්‍රයුක්තය ABC ත්‍රිකෝණයේ ලම්බ-කේන්ද්‍රය හරහා යන බව පෙන්වන්න. $m_1\overrightarrow{OA}, m_2\overrightarrow{OB}, m_3\overrightarrow{OC}$ වල සම්ප්‍රයුක්තය ABC ත්‍රිකෝණයේ පරි-කේන්ද්‍රය හරහා යන්නේ නම් $m_1 : m_2 : m_3$ අනුපාත සොයන්න. (1984)

(14) ඒකතල බල පද්ධතියක් එක්කෝ තනි බලයකට නැතහොත් යුග්මයකට තුල්‍ය වන බවත් එසේත් නැතහොත් සමතුලිතව පවතින බවත් පෙන්වන්න. එක්තරා ඒකතල බල පද්ධතියක් ඝූර්ණය G වන යුග්මයකට ඌනනය වේ. මෙම පද්ධතියෙහි සෑම බලයක්ම එක් එක් බලයෙහි ක්‍රියාකාරී ලක්ෂ්‍යය වටා බලයන්හි තලය මත දීම සෘජුකෝණයකින් භ්‍රමණය කළ විට පද්ධතිය ඝූර්ණය H වන යුග්මයකට පෙරලෙයි. සෑම බලයක්ම ඉහත අන්දමට එහෙත් α කෝණයකින් භ්‍රමණය කළහොත් පද්ධතිය ඝූර්ණය $G\cos\alpha + H\sin\alpha$ වන යුග්මයකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න. (1984)

(15) ඒක රේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍ය තුනක් අතුරෙන් එක එකක් වටා ඒකතල බල පද්ධතියක ඝූර්ණවල ඓක්‍යය ශූන්‍යය වේ නම් එම පද්ධතිය සමතුලිතතාවෙන් පවතින බව දක්වන්න. ABC ත්‍රිකෝණයක කෝණවල සමච්ඡේදක I ලක්ෂ්‍යයේ දී හමුවෙයි. P, P, $\lambda P, \mu P, \nu P$ යන බල පිළිවෙලින් BC ,CA, BA, IB සහ IC දිගේ අක්ෂර වලට අනුපිළිවෙලින් දක්වෙන දිශා එල්ලේ ක්‍රියා කරයි. බල පද්ධතිය සමතුලිතතාවයෙන් වෙයි නම් λ, μ, ν යන ඒවායේ අගය සොයන්න.

$\lambda \neq 2$ ද $\mu = 2\lambda\cos\frac{B}{2}$ ද $\nu = 2\cos\frac{C}{2}$ ද නම් බල පද්ධතිය තනි බලයකට ඌන වන බව දක්වා එම බලයේ විශාලත්වයත් දිශාවත් ක්‍රියා රේඛාවත් සොයන්න. (1985)

(16) A, B, C, D, E, F යන ලක්ෂ්‍ය සවිධි ෂඩස්‍රයක ශීර්ෂ වෙයි. 2P, P, 2P, P යන විශාලත්වයෙන් යුතු බල පිළිවෙලින් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{ED}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. λP හා μP යනුවෙන් තවත් බල දෙකක් පිළිවෙලින් $\overrightarrow{EF}$ හා $\overrightarrow{AF}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි නම් මෙම බල හය EB ඔස්සේ ක්‍රියා කරනු ලබන බලයකට ඌනනය වනු පිණිස λ හා μ සඳහා තිබිය යුතු අගය සොයන්න. පද්ධතිය සමතුලිත වනු පිණිස λ හා μ සඳහා තිබිය යුතු අගය සෙවීම කළ නොහැකි ඇයිදැයි පැහැදිලි කරන්න. (1986)

(17) පාදයක දිග a වන සමපාද ත්‍රිකෝණයක පිළිවෙලින් AB, BC, CA පාද දිගේ අක්ෂරවලට අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ 3P, 4P, 5Pයන බල ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වයත් දිශාවත් සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවට දික්කළ BC හමුවන ලක්ෂ්‍යයත් සොයන්න. මෙම බල පද්ධතියට ත්‍රිකෝණයේ තලයේ වූ ද CBA අභිදිශාවට වූ ද $2\sqrt{3}\mathbf{Pa}$ විශාලත්වයක් ඇති යුග්මයකුත් Q බලයකුත් යොදනු ලැබෙයි. නව පද්ධතිය සමතුලිතතාවෙන් පවතී නම් Q බලයේ විශාලත්වයත් දිශාවත් ක්‍රියා රේඛාවත් සොයන්න. (1987)

(18) පද්ධතියක් (x, y) තලයේ වූ (x_r ,y_r) r = 1,2,.......... n ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියාකරන (X_r ,Y_r) බලවලින් සමන්විත වෙයි. P(x, y) ලක්ෂ්‍යයක් වටා පද්ධතියෙහි ඝූර්ණයේ M වීජීය ඓක්‍යය M = G – Yx + Xy යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න. මෙහි X $=\sum_{r=1}^{n} X_r$ ද $Y=\sum_{r=1}^{n} Y_r$ ද $G=\sum_{r=1}^{n}(x_r Y_r - y_r X_r)$ ද වෙයි. පද්ධතිය තනි බලයකට ඌණනය වෙයි නම් සම්ප්‍රයුක්තයෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය අපෝහනය කරන්න. (2, 1), (0, 0), (-3, 4) ලක්ෂ්‍ය වටා ඒකතල බල පද්ධතියක ඝූර්ණ පිළිවෙලින් ඒකක 11, 5, -15 වෙයි. සම්ප්‍රයුක්තයෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. දී ඇති පද්ධතිය (3, 2) ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියාකරන බලයක් සමඟ එකතු වී යුග්මයක් සාදයි නම් එම බලයේ ක්‍රියා රේඛාව 2x – y -4 = 0 බව පෙන්වන්න. යුග්මයේ ඝූර්ණය ද සොයන්න. (1987)

(19) පාදය මීටර 2 වන ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක BC, CA, AB පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් L, M, N වෙයි නිව්ටන් 1, 2, 3, P, Q, 1 විශාලත්ව ඇති බල පිළිවෙලින් AB, BC, CA, NM, ML, LN දිගේ එම අක්ෂරවල අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතිය සමතුලිතව තිබිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

i) පද්ධතිය යුග්මයට ඌණනය වෙයි නම්, P = 2 හා Q = 3 බව පෙන්වන්න.

ii) පද්ධතිය N හරහා ක්‍රියා කරන තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට ඌණනය වෙයි නම් Q = 5 බව පෙන්වන්න. P = 4 ලෙස දී ඇතිවිට සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි විශාලත්වයත් සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙන් BC කපා යන ලක්ෂ්‍යයත් සොයන්න. (1988)

(20) ත්‍රිකෝණයෙක අනුපිළිවෙලින් ගත් පාද මඟින් එක් එක් බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා පිහිටීම නිරූපණය කෙරෙන අන්දමට තිබෙන බල තුනක් යුග්මයකට තුල්‍ය වනබව ඔප්පු කරන්න. ABCDEF යනු සවිධි ෂඩස්‍රයකි. $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$, $\overrightarrow{\mathbf{BC}}$, $\overrightarrow{\mathbf{CD}}$, $\overrightarrow{\mathbf{DE}}$, $\overrightarrow{\mathbf{EF}}$, $\overrightarrow{\mathbf{FA}}$ හා $\overrightarrow{\mathbf{FC}}$ මඟින් විශාලත්වය, දිශාව හා පිහිටීම නිරූපණය කෙරෙන බල පද්ධතියක් තිබේ. මෙම පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි විශාලත්වය හා දිශාව $\mathbf{2}\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ මඟින් නිරූපණය කෙරෙන බව පෙන්වන්න. සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ පිහිටීම ද සොයන්න. (1988)

(21) ඒකතල බල n වලින් යුත් පද්ධතියක i වෙනි බලයේ සංරචක සෘජුකෝණාස්‍රාකාර අචල අක්ෂ යුගලයක දිශාවන්හි (X_i, Y_i) වන අතර එහි යෙදුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (x_i , y_i) , i = 1, 2, ... n වේ. පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය වේ නම් මෙම බලයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය ax + by + c = 0 බව පෙන්වන්න. මෙහි $a=\sum_{i=1}^{n} Y_i$ $b=\sum_{i=1}^{n} X_i$ සහ $c=\sum_{i=1}^{n}(y_i X_i - x_i Y_i)$ වේ. P,Q යනු නියතයන් සහ $\boldsymbol{\theta}$ යනු පරාමිතියක් වන $(\mathbf{P}\cos\theta, \mathbf{P}\sin\theta)$ සහ $(-\mathbf{Q}\sin\theta, \mathbf{Q}\cos\theta)$ විචල්‍ය බල දෙකක් පිළිවෙලින් (a,0) සහ (-a,0) ලක්ෂ්‍ය වලදී ක්‍රියාකරනු ලැබේ. පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා මෙම බලයේ ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න. රේඛාව අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව පෙන්වන්න. (1989)

(22) xOY තලයෙහි වන්නා වූ බල පද්ධතියක් සාධාරණ වශයෙන් G ඝූර්ණයක් ඇති යුග්මයක් සමඟ O හිදී ක්‍රියාකරන (X,Y) තනි බලයකට ඌණනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න. X හා Y අතුරෙන් යටත් පිරිසෙයින් එකක්වත් නිශ්ශුන්‍ය වෙයි නම් පද්ධතිය $Yx - Xy - G = 0$ රේඛාව ඔස්සේ ක්‍රියාකරන තනි බලයකට තුල්‍ය වන බවද පෙන්වන්න.

O,A,B,C ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක පිළිවෙලින් (0, 0), (3, 0), (3, 4),(0, 4) වෙයි. ඒකක 7, 6, 2, 4, 5 යන විශාලත්ව සහිත බල පිළිවෙලින් OA, AB, BC, CO, OB දිගා ඔස්සේ එම අක්ෂරවල පටිපාටියෙන් පෙන්නුම් කෙරෙන අතට ක්‍රියාකරන අතර ඒකක 16 ක ඝූර්ණයක් ඇති යුග්මයක් OCBA අතට ක්‍රියා කරයි. බල පහ හා යුග්මය පද්ධතිය ලෙස සලකා X, Y හා G සොයන්න. ඒ නයින් මෙම පද්ධතිය $3x - 4y - 5 = 0$ රේඛාව ඔස්සේ ක්‍රියාකරන තනි සම්ප්‍රයුක්තයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න.
(1990)

(23) ඕනෑම ඒකතල බල පද්ධතියක් G ඝූර්ණය සහිත යුග්මයක් සමඟ දී ඇති O ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියාකරන (Ox,Oy අක්ෂ ඔස්සේ වූ සංරචක පිළිවෙලින් X,Y ලෙස ඇති) බලයක් මගින් ප්‍රතිස්ථාපනය කළ හැකි යැයි උපකල්පනය කරමින් සමාන්තර නොවන ඕනෑම දිශා දෙකක් ඔස්සේ වන විභින්නවල වීජීය ඓක්‍යය වෙන වෙනම ශුන්‍ය වෙයි නම් පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න. පාදය a වූ සවිධි ෂඩස්‍රයක පිළිවෙලින් ගත් AB, BC, CD, DE, EF, FA පාද ඔස්සේ එම අක්ෂරවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන දිශා එල්ලේ P, Q, R, S, T, U බල හය ක්‍රියා කරයි.

$P - S = R - U = T - Q$ නම්, පද්ධතිය $G = \frac{\sqrt{3}a}{2}[P + Q + R + S + T + U]$ ඝූර්ණය සහිත යුග්මයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න. G වලට ශුන්‍ය අගය ලැබෙයි නම් කුමක් සිදුවේ ද?
(1990)

(24) n ඒකතල බල පද්ධතියක r වැනි (X_r, Y_r) බලයේ තලයේ වූ Oxy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසීය අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් $A_r \equiv (x_r, y_r) r = 1,2, \ldots n$ ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියා කරයි. $P \equiv (x, y)$ ලක්ෂ්‍යය වටා බල පද්ධතියේ G_p ඝූර්ණය $G_p = G_0 - xY + yX$ යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

$G_0 = \sum_{r=1}^{n}(x_r Y_r - y_r X_r)$, $X = \sum_{r=1}^{n} x_r$, $Y = \sum_{r=1}^{n} Y_r$ වේ. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, BC හා CA පාද පිළිවෙලින් $x + y = a$, $y - x = a$ හා $y = 2a$ මගින් දෙනු ලැබේ. මෙහි $a > 0$ විශාලත්වය R, R හා S වූ ද පිළිවෙලින් AB, BC හා CA ඔස්සේ අක්ෂරවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන අතට ක්‍රියාකරන්නා වූ ද බල තුනකින් හා ඝූර්ණය 2aS වූ ද ABC ත්‍රිකෝණයෙහි තලයේ ACB අභිදිශාවට ක්‍රියා කරන්නා වූ ද යුග්මයකින් පද්ධතියක් සමන්විත වෙයි. $S \neq \sqrt{2}R$ නම් පද්ධතිය තනි බලයකට ඌණනය වන බව පෙන්වා එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. $S = \sqrt{2}R$ විට කිමෙක් සිදු වෙයි ද?
(1991)

(25) A නම් ලක්ෂ්‍යයක් වටා විශාලත්වයෙන්, දිශාවෙන් හා ක්‍රියා රේඛාවෙන් BC මගින් නිරූපණය කෙරෙන බලයෙක ඝූර්ණයේ විශාලත්වය ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය මෙන් දෙගුණයක් බව සාධනය කරන්න. ABCD යනු ත්‍රිපීසියමකි. එහි AD හා BC සමාන්තර ද E,F යනු පිළිවෙලින් AD හා BC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ද වෙයි. විශාලත්වයෙන්, දිශාවෙන් හා ක්‍රියා රේඛාවෙන් $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AC}$ හා $\overrightarrow{DB}$

මඟින් නිරූපණය කෙරෙන බල හයකින් පද්ධතියක් සමන්විත වෙයි. P යනු දික්කළ DA මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් නම්, P වටා පද්ධතියේ ඝූර්ණයේ විශාලත්වය $\frac{4|AP-BF|S}{AD+BC}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි S යනු ABCD ත්‍රිපීසියමේ වර්ගඵලයයි. පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයත් එහි ක්‍රියා රේඛාවට AD හමුවන පිහිටීමත් සොයන්න. (1992)

(26) සමතුලිතතාවේ නොපවතින ඒකතල බල පද්ධතියක් එක්කෝ තනි බලයකට නැතිනම් තනි යුග්මයකට ඌණනය වන බව පෙන්වන්න. පිළිවෙලින් P, 4P, 2P, 2P, 3P, 3P බල හයක් ABCDEF සවිධි ෂඩස්‍රයක AB, BC, CD, DE, EF හා FA පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරන්නේ අක්ෂරවල පටිපාටියෙන් දක්වා ඇති දිශාවලට ය. පද්ධතිය යුග්මයකට ඌණනය වන බව පෙන්වන්න. ෂඩස්‍රයේ පාදයක දිග a නම් යුග්මයේ විශාලත්වය සොයන්න. ඒනයින් පළමුවැනි බල පහේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වයත්, දිශාවත් , ක්‍රියා රේඛාවත් සොයන්න. (1993)

(27) xOY තලයෙහි පිහිටි $A_r \equiv (x_r, y_r)$ ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියාකරන ඒකතල බල පද්ධතියට (X_r, Y_r) $r = 1,2,3 \ldots n$ සංරචක තිබෙයි. $P \equiv (x, y)$ලක්ෂ්‍යය වටා පද්ධතියේ ඝූර්ණය $G - Yx + Xy$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $X = \sum_{r=1}^{n} x_r$, $Y = \sum_{r=1}^{n} Y_r$ හා $G = \sum_{r=1}^{n}(Y_r x_r - X_r y_r)$වේ. $X^2 + Y^2 \neq 0$ බව දී තිබෙයි නම්, පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය අපෝහනය කරන්න. $A \equiv (2a, 0)$ ලක්ෂ්‍යය වටා හා $B \equiv (0, a)$ ලක්ෂ්‍යය වටා පද්ධතියේ ඝූර්ණ පිළිවෙලින් H හා 2H වෙයි. $y = x$ රේඛාවට සමාන්තර විහින්න කොටස්වල ඓක්‍යය ශූන්‍යය යි. පද්ධතිය සඳහා X,Y හා G සොයා සම්ප්‍රයුක්තය $x + y = 3a$ රේඛාව ඔස්සේ ක්‍රියා කරන $\frac{H}{a}(-\underline{i} + \underline{j})$බලයක් බව පෙන්වන්න. මෙහි $\underline{i}$, $\underline{j}$ යනු පිළිවෙලින් Ox, Oy අක්ෂ ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශිකයි. (1994)

(28) යුග්මයක ඝූර්ණය අර්ථ දක්වන්න. G_1, G_2 ඝූර්ණ සහිත ඒකතල යුග්ම දෙකක සම්ප්‍රයුක්තයත් යුග්මයක් බව පෙන්වා එහි ඝූර්ණය සොයන්න. සෘජුකෝණාස්‍ර ඛණ්ඩාංක පද්ධතියක් අනුබද්ධයෙන් $i = 1, 2, 3, \ldots n$ වූ (x_i , y_i) ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියාකරන (X_i , Y_i) ඒකතල බල පද්ධතියක් එක්කෝ (X,Y) තනි බලයකට හෝ G යුග්මයකට හෝ ඌණනය වන බවත් නැතිනම් සමතුලිතතාවෙන් පවතින බවත් පෙන්වන්න. මෙහි පළමුවැනි අවස්ථාවේ දී බල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. ඕනෑම ලක්ෂ්‍ය තුනක් වටා ඒකතල බල පද්ධතියක ඝූර්ණය එක එකක් ශූන්‍ය වෙයි නම් පද්ධතිය සමතුලිතතාවෙන් පිහිටන බව අනුගමනය වේ ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න. (1995)

(29) ABC යනු සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O ද අරය R ද වෙයි. පිළිවෙලින් BC, OA, CA, OB, AB හා OC දිශා ඔස්සේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන අතට ක්‍රියාකරන L, L;M, M;N, N විශාලත්වයෙන් යුත් බල හයකින් ද ABC ත්‍රිකෝණයේ තලයෙහි ACB අතට ක්‍රියාකරන ඝූර්ණය $\lambda R(L + M + N)$ වූ නිශ්-ශූන්‍ය යුග්මයකින් ද පද්ධතියක් සමන්විත වෙයි. පද්ධතිය ඌණනය වන්නේ

අ) තනි බලයකට නම්, $L^2 + M^2 + N^2 > LM + MN + NL$ බවත්,

ආ) තනි යුග්මයකට නම්, L = M= N, $\lambda \neq \frac{1}{2}$ බවත් පෙන්වන්න. මේ පද්ධතිය සමතුලිතතාවෙන් පැවතීම සඳහා අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතා කාණ්ඩයක් සඳහන් කරන්න. (1996)

(30) අ) $A_i \equiv (x_i , y_i)$ හි දී xOy තලයේ ක්‍රියාකරන (X_i , Y_i) යනුවෙන් සමන්විත බල පද්ධතියක් සාධාරණ වශයෙන් G_0 යුග්මයක් සමඟ O හි දී ක්‍රියා කරන (X_0 , Y_0) තනි බලයට ඌණනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $i = 1, 2,\ldots n$ වේ. $X_0^2 + Y_0^2 \neq 0$ නම්, පද්ධතිය R යනුවෙන් දැක්වෙන තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න. R බලය (−1 , −1) හා (4 , −2) ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නේ නම් සහ $|R| = \frac{1}{2}$ බව දී තිබෙන විට X_0, Y_0 හා G_0 සොයන්න.

ආ) පද්ධතියක් BC,CA,AB රේඛා දිගේ එම අකුරුවල අනුපිළිවෙලට පෙන්නුම් කෙරෙන දිශා ඔස්සේ ක්‍රියාකරන $P, \lambda P, \lambda^2 P$ බල තුනකින් සමන්විත වෙයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලය ABC සුළු කෝණික ත්‍රිකෝණයේ ලම්බකේන්ද්‍රය හරහා යයි නම්, $\frac{1}{\cos A} + \frac{\lambda}{\cos B} = \frac{\lambda^2}{\cos(A+B)}$ බව පෙන්වන්න. λ අනිවාර්යයෙන්ම සෘණ විය යුතු බව අපෝහනය කරන්න. (1997)

(31) අ) ඕනෑම ලක්ෂ්‍ය තුනක් වටා ඒකතල බල පද්ධතියක ඝූර්ණ එක එකක් ශුන්‍ය වෙයි නම්, පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවතින බව අනුගමනය වෙයි ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

ආ) ABC යනු ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද O යනු එහි පරිකේන්ද්‍රය යැයි ද සිතමු. $B\hat{O}C = 2\alpha, A\hat{O}C = 2\beta$ සහ $A\hat{O}B = 2\gamma$ වේ.

i) $\sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$ යන අනුපාතයෙන් වූ බල පිළිවෙලින් BC, CA හා AB පාද ඔස්සේ ඉංග්‍රීසි අකුරුවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන අතට ක්‍රියා කරයි නම් බල පද්ධතිය යුග්මයකට ඌණනය වන බව පෙන්වන්න.

ii) $\cos\alpha : \cos\beta : \cos\gamma$ යන අනුපාතයෙන් වූ බල පිළිවෙලින් OA, OB හා OC ඔස්සේ ඉංග්‍රීසි අකුරුවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන අතට ක්‍රියා කරයි. ABC යනු සමපාද ත්‍රිකෝණයක් ම නම් පමණක් බල පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවතින බව සාධනය කරන්න. (1998)

(32) ඒකතල බල පද්ධතියක් (නිව්ටන් වලින් මනින ලද) බල තුනකින් සමන්විත වන අතර ඒවා ක්‍රියා කරනුයේ පහත දැක්වෙන ලෙස නියමිත ලක්ෂ්‍යවල දීය.

ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A	2i + 5j	P (i + 3j)
B	4j	-P(2i + j)
C	-i + j	P (i − 2j)

මෙහි i, j මඟින් පිළිවෙලින් Ox, Oy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය අක්ෂ දිගේ ඒකක දෛශික දක්වන අතර දිග මනින ඒකකය මීටරය වේ. අදාල යෙදුම් ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක දක්වමින් මෙම බල සංරචක ආකාරයෙන් නිරූප්‍ය සටහනක ලකුණු කරන්න. ඒනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ පද්ධතිය 10P Nm ඝූර්ණය සහිත යුග්මයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා මෙම යුග්මයේ අභිදිශාව දක්වන්න. D යනු 2i පිහිටුම් දෛශිකය සහිත ලක්ෂ්‍යය වෙයි. OAD ත්‍රිකෝණයේ පාද දිගේ පිළිවෙලින් යෙදූ ඒවායේ දිගට සමානුපාතික අතිරේක බල තුනකින් දෙන ලද පද්ධතිය සමතුලිතතාවයට ගෙන ආ හැකිය. මෙම බල දෛශික ආකාරයෙන් සොයන්න.

(2000)

(33) A හි දී සෘජුකෝණී වූ සහ AB = මීටර 4a, AC = මීටර 3a වූ ABC ත්‍රිකෝණයක $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ පාද දිගේ පිළිවෙලින් නිව්ටන 4P, 5P, 6P විශාලත්ව සහිත බල ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතිය සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය සහ දිශාව ගණනය කරන්න. තව ද එහි ක්‍රියා රේඛාවට (අවශ්‍ය නම් දික්කරන ලද) AB හමුවන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න. ABC තලයෙහි ඝූර්ණය M වූ යුග්මයක් දූන් එම පද්ධතියට එකතු කරනු ලබන්නේ අලුත් පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව A හරහා යන පරිදිය. M හි අගයත් යුග්මයේ අභිදිශාවත් සොයන්න. (2002)

(34) ABCDEF යනු පැත්තක දිග මීටර 2ක් වූ සවිධි ෂඩස්‍රයකි. AB, BC, CD, DE සහ EF පාද ඔස්සේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරන විශාලත්ව පිළිවෙලින් නිව්ටන් 4, 3, 2, 5 සහ 6 වූ බල ක්‍රියා කරයි. තව ද FC සමඟ θ කෝණයක් සාදන දිශාවකට විශාලත්වය නිව්ටන් P වූ වෙනත් P බලයක් ද ෂඩස්‍රයේ තලය මත F හි දී ක්‍රියා කරයි.

i) ඉහත බල පද්ධතිය යුග්මයකට පමණක් ඌණනය වේ නම් P සහ θ නිර්ණය කර යුග්මයේ විශාලත්වය සොයන්න.

ii) P බලය AF ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි නම් සහ P = 7නම්, පද්ධතිය තනි බලයකට ඌණනය වන බව පෙන්වා එහි ක්‍රියා රේඛාව (අවශ්‍ය නම් දික් කරන ලද) AB සමඟ ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න. (2003)

(35) දිග 1m වන ABCD සමචතුරස්‍රයක AB, CB, CD හා AD දිගේ අකුරු පටිපාටියෙන් දැක්වන දිශා අතට පිළිවෙලින් නිව්ටන 5, 6, 1 හා 2 විශාලත්වයෙන් වූ බල ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න. BD දිගේ B සිට D දිශාව අතට ක්‍රියාකරන විශාලත්වය නිව්ටන $4\sqrt{2}$ වන තවත් බලයක් පද්ධතියට එකතු කෙරෙයි. පද්ධතිය විශාලත්වය 1Nm වූ යුග්මයකට ඌණනය වන බව පෙන්වන්න. (2004)

(36) AB,BC හා CD යනු B හා C හි දී සුමට ලෙස අසව් කර ඇති සමාන බරින් හා දිගින් යුත් ඒකාකාර දඬු තුනක් වෙයි. A හා D කෙළවරවල් එකම මට්ටමක වූ අචල සුමට තිරස් කුරු දෙකකට අසව් කර ඇත. පද්ධතිය සමතුලිතතාවයෙන් එල්ලී ඇත. AB හා CD තිරසට එකම α කෝණයකින් ආනත වේ නම් හා β යනු A හි දී AB මත ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරසට ආනතිය නම්, $\tan\alpha = \frac{2}{3}\tan\beta$ බව පෙන්වන්න. (2004)

(37) නිව්ටන P, Q, R, P, 2P, 3P බල පැත්තක දිග මීටර 2a වූ ABCDEF ඒකතල සවිධි ෂඩස්‍රයක පිළිවෙලින් AB, BC, CD, DE, EF, FA පාද දිගේ අකුරු පටිපාටියෙන් දැක්වෙන අතට ක්‍රියා කරයි.

i) පද්ධතිය බල යුග්මයකට තුල්‍ය වෙයි නම් P ඇසුරෙන් Q සහ R සොයා යුග්මයේ ඝූර්ණය ගණනය කරන්න.

ii) පද්ධතිය AD දිගේ තනි බලයකට තුල්‍ය වෙයි නම් P ඇසුරෙන් Q සහ R සොයන්න. (2005)

(38) aF, bF, aF, bF හා cF බල පිළිවෙලින් ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයක BA, BC, DC, DA පාද දිගේ සහ BD විකර්ණය දිගේ අකුරු වල අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. මෙහි $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ සහ $\vec{c} = \overrightarrow{BD}$ වෙයි. පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය වනබව පෙන්වා එහි විශාලත්වය, දිශාව සහ ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න. අනෙකුත් බල පළමු පරිදිම නොවෙනස්ව තිබිය දී DA දිගේ ක්‍රියා කරන බලය 2bF දක්වා වැඩි කළේ නම්, අලුත් පද්ධතිය CD දිගේ ක්‍රියා කරන aF බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න. (2006)

(39) නිව්ටන් P, 7P, 8P, 7P, 3P බල පාදයක් මීටර a වන ABCDEF සවිධි ෂඩස්‍රයක පිළිවෙලින් AB, CB, CD, ED, FE පාද දිගේ අකුරු පටිපාටියෙන් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. $\overrightarrow{AB}$ සහ $\overrightarrow{AE}$ හි දිශාවලට ඒකක දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{i}$ සහ $\underline{j}$ ලෙස ගනිමින් එක් එක් බලය $\underline{i}, \underline{j}$ සහ P ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. දෙන ලද පද්ධතිය $\overrightarrow{BC}$ ට සමාන්තර වූ $R = 2P(\underline{i} + \sqrt{3}\underline{j})$ තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න. R හි විශාලත්වය කුමක් ද? සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව DE සහ AF (දෙකම දික් කරන ලද) රේඛාවල පොදු ලක්ෂ්‍යය හරහා යන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න. පද්ධතිය A ශීර්ෂය හරහා ක්‍රියා කරන R බලයක් සමග යුග්මයකට තුල්‍ය වෙයි නම් මෙම යුග්මයේ ඝූර්ණය විශාලත්වයෙන් සහ අභිදිශාවෙන් සොයන්න. (2001)

(40) ABCDEF යනු කේන්ද්‍රය O සහ පැත්තක දිග මීටර a වූ සවිධි ෂඩස්‍රයකි: නිව්ටන් P, 2P, 3P, 4P හා 5P බල පහක් පිළිවෙලින් AB, BC, CD, DE, EF පාද දිගේ අකුරු පිළිවෙලට දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. AFO ත්‍රිකෝණයේ AF, FO, OA පාද දිගේ ක්‍රියා කරන නිව්ටන් Q, R, S වූ බල 3 ක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. සංයුක්ත පද්ධතිය,

i) සමතුලිත වන පරිදි,
ii) ඝූර්ණය ABC අතට $P a\sqrt{3}$ **Nm** හා වූ යුග්මයකට තුල්‍ය වන පරිදි, Q, R, S හි අගයන් P ඇසුරෙන් සොයන්න. (2007)

(41) ABCDEF යනු පැත්තක දිග මීටර a වූ සවිධි ෂඩාස්‍රයකි. නිව්ටන් P, 3P, 2P සහ 4P වල පිළිවෙලින් BA, EB, DE සහ AD දිගේ අකුරු පිළිවෙලට දැක්වෙන දිශා දිගේ ක්‍රියා කරයි. පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය සහ දිශාව සොයන්න. ෂඩාස්‍රයේ එක් ශීර්ෂයක් වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන් සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න. ෂඩාස්‍රය තලයේ ක්‍රියා කරන කුමන බල යුග්මයක් පද්ධතියට එකතු කිරීමෙන් පද්ධතිය $\overrightarrow{FE}$ දිගේ ක්‍රියා කරන තනි බලයකට ඌණනය වේ ද? (2009)

(42) පැත්තක දිග මීටර 2a වූ ABCDEF සවිධි ෂඩාස්‍රයක AB, BC, CD, ED, EF සහ AF පාද දිගේ විශාලත්ව පිළිවෙලින් නිව්ටන් 2P, P, 2P, 3P, 2P හා P වූ බල අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශා අතට ක්‍රියා කරයි. පද්ධතිය විශාලත්වය නිව්ටන් මීටර $\sqrt{3}$**Pa** වූ බල යුග්මයක් සමග AC ඔස්සේ ක්‍රියා කරන නිව්ටන් $2\sqrt{3}$**P** වූ සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය බව සාධනය කරන්න. පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය නම්, මෙම සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියා රේඛාව (අවශ්‍ය නම් දික්කරන ලද) FA හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න. ඒනයින් පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවත්වා ගැනීම සඳහා පද්ධතියට එක් කළ යුතු තනි බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. (2010)

43) Ox හා Oy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසියානු අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් A,B හා C ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක පිළිවෙලින් $(\sqrt{3},0),(0,-1)$ හා $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},1\right)$ වෙයි. විශාලත්ව නිව්ටන 6P, 4P, 2P හා $2\sqrt{3}$**P** වන බල පිළිවෙලින් OA,BC,CA හා BO පාද දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවට ක්‍රියා කරයි. මෙම බලවල සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව y – අක්ෂය කපන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න. ඒනයින්, සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. විශාලත්වය නිව්ටන $6\sqrt{3}$**P** වන වෙනත් බලයක් අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවට AB දිගේ බල පද්ධතියට යොදනු ලැබෙයි. විශාලත්වය නිව්ටන මීටර 10P යන යුග්මයකට බල පද්ධතිය ඌණනය වන බව පෙන්වන්න. (2012)

(44) ABCD යනු පැත්තක දිග $2l$ හා $BD = 2l$ වූ රොම්බසයක් යැයි ගනිමු. රොම්බසයේ විකර්ණ O ලක්ෂ්‍යයෙහි දී හමු වේ. විශාලත්ව නිව්ටන 2P, 6P, 4P, 8P හා 6P වූ බල පිළිවෙලින් AB, BC, DC, DA හා BD දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. $\overrightarrow{OC}$ හා $\overrightarrow{OD}$ දිශාවලට බලපද්ධතිය විභේදනය කර සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව BC ට සමාන්තර බව බව පෙන්වන්න. පද්ධතියේ O වටා ඝූර්ණයත් සොයන්න. සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවට E ලක්ෂ්‍යයේ දී දික් කරන ලද AB හමු වේ නම්, $BE = 2l$ බව පෙන්වන්න. දැන් නිව්ටන **αP, βP, γP** හා **αP** විශාලත්ව සහිත අතිරේක බල පිළිවෙලින් EB, CE, CA හා DC දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. මුළු පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ ඇත්නම් **α, β** හා **γ** හි අගයන් සොයන්න. (2013)

(45) ABCD යනු පැත්තක දිග මීටර α වූ සමචතුරස්‍රයක් යැයි ගනිමු. විශාලත්ව නිව්ටන 4, $6\sqrt{2}$, 8, 10, X හා Y වූ බල පිළිවෙළින් AD, CD, AC, BD, AB හා CB දිගේ, අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිභාවලට ක්‍රියා කරයි. පද්ධතිය $\overrightarrow{OE}$ දිගේ ක්‍රියා කරන තනි සම්ප්‍රයුක්තයකට ඌනනය වේ. මෙහි O හා E යනු පිළිවෙළින් AC හා CD වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ. X හා Y අගයන් සොයා, සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය නිව්ටන 4 K බව පෙන්වන්න. එමහි $K = 2 - \sqrt{2}$ වේ.. F යනු OAFD සමචතුරස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු. ඉහත බල පද්ධතියට තුල්‍ය වන එකක් $\overrightarrow{AD}$ දිගේ ද අනෙක F ලක්ෂ්‍යය හරහා ද වන **බල දෙක** සොයන්න.
බල පිහිටන තලයේ ABCD අතට ක්‍රියා කරන ඝූර්ණය නිව්ටන මීටර 6Ka වන බල යුග්මයක් මුල් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න. (2014)

(46) xy තලයේ O මූලය අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික, සුපුරුදු අංකනයෙන්, පිළිවෙළින් $\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ හා $4\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ වේ. $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ වන පරිදි BC මත පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. ABCD ත්‍රපීසියමක D ශීර්ෂය ගනු ලබන්නේ BC පාදය D ට සමාන්තර වන පරිදි ද PD, AC ට ලම්බ වන පරිදි ද වේ. D හි පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{11}{4}\mathbf{i} - \frac{1}{3}\mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න.

දුර මීටරවලින් ද, බලය නිව්ටනවලින් ද මනින ලද, xy–තලයෙහි බල හතරකින් සමන්විත වන පද්ධතියක් පහත දැක්වෙන පරිදි දී ඇත.

ක්‍රියා ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක	බලයේ Ox, Oy දිශාවලට සංරචක
B(2, 3)	$\mathbf{F}_1 = (2, 4)$
C(4, 2)	$\mathbf{F}_2 = (3, 1)$
L(0, 1)	$\mathbf{F}_3 = (6, 12)$
M(0, 6)	$\mathbf{F}_4 = (9, 3)$

i) $\mathbf{F}_1$ හා $\mathbf{F}_2$ බල දෙකෙහි O මූලය හා A(1, 1) ලක්ෂ්‍ය වටා ඝූර්ණ ශූන්‍ය වන බව පෙන්වා, **ඒනයින්** $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$ හා $\mathbf{F}_4$ බල හතරෙන් සමන්විත පද්ධතියෙහි O මූලය වටා G ඝූර්ණය දක්ෂිණාවර්ත අතට 60 Nm විශාලත්වයෙන් යුතු වන බව පෙන්වන්න.

ii) පද්ධතියෙහි **R** සම්ප්‍රයුක්තයේ (X, Y) සංරචක සොයන්න. **ඒනයින්**, **R** හි ක්‍රියා රේඛාවට y අක්ෂය හමුවන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

iii) බල පද්ධතිය (0, -4) ලක්ෂ්‍යයෙහි ක්‍රියා කරන තනි බලයකින් හා ඝූර්ණය G_1 වූ යුග්මයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කරනු ලැබේ. G_1 හි අගය සොයා, තනි බලයේ ක්‍රියා රේඛාව $D\left(\frac{11}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන බව පෙන්වන්න. (2015)